

# Übungen zur Vorlesung „Statistik“

Abgabetermin: Montag, 19. November 01, in der Vorlesung

**Aufgabe 17 :** Wir befinden uns in der “schönen normalen Welt”:

$X_1, \dots, X_m \mathfrak{N}(\mu_1, \sigma^2)$ -verteilt,  $Y_1, \dots, Y_n \mathfrak{N}(\mu_2, \sigma^2)$ -verteilt,  
 $X_1, \dots, Y_n$  unabhängig.

Wir setzen

$$Z_i := \frac{X_i - \mu_1}{\sigma} \quad (i = 1, \dots, m), \quad Z_{m+j} := \frac{Y_j - \mu_2}{\sigma} \quad (j = 1, \dots, n),$$

$$\mathfrak{Z} := (Z_1, \dots, Z_{m+n})^T.$$

Finden Sie orthogonale Unterräume  $E, F$  von  $\mathbb{R}^{m+n}$  so, dass gilt:

$$\left| \frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}\sigma} \right| = \|\mathcal{P}_E \mathfrak{Z}\|, \quad \frac{1}{\sigma} s_{\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}} = \frac{1}{\sqrt{m+n-2}} \|\mathcal{P}_F \mathfrak{Z}\|.$$

Geben Sie die Dimensionen von  $E$  und  $F$  an.

**Aufgabe 18 :**  $X_1, \dots, X_n$  seien unabhängig und identisch verteilt auf  $\mathbb{R}$ . In der Vorlesung haben wir schon vor einiger Zeit ein auf den Binomialquantilen fußendes Konfidenzintervall für den Median von  $\mathfrak{L}(X_1)$  kennengelernt. Wie sieht der zugehörige Test für die Hypothese “Median von  $\mathfrak{L}(X_1) = \theta$ ” aus?

**Aufgabe 19 :** Wir betrachten folgendes Modell: Die Zufallsvariablen  $X_1, \dots, X_{100}$  seien von der Form  $X_i = Z + Y_i$ , wobei  $Z \sim \mathcal{N}(0, c\sigma^2)$ ;  $Y_1, \dots, Y_{100} \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ , und  $Z, Y_1, \dots, Y_{100}$  unabhängig sind.

Es bezeichne  $q$  das 97,5 % - Quantil der Studentverteilung mit 99 Freiheitsgraden. Mit welcher Wahrscheinlichkeit überdeckt das Intervall  $[\bar{X} - \frac{1}{10} s_{\mathfrak{X}} q, \bar{X} + \frac{1}{10} s_{\mathfrak{X}} q]$  den Parameter  $\mu$ , falls

- i)  $c = 0$
- ii)  $c = 0,01$
- iii)  $c = 1$  ist ?

Wie groß ist in diesen Fällen der Korrelationskoeffizient von  $X_i$  und  $X_j$ ?

**Aufgabe 20 :** Benutzen Vögel die Farbe des Lichtes bei der Bestimmung ihrer Flugrichtung? Insbesondere: Hat die Farbe des Lichtes Einfluss auf die Variabilität der Abflugrichtung?

In einer Frankfurter Biologie-Diplomarbeit (Christoph Schwarzer, 1999) wurde für einzelne Vögel die Variabilität der Abflugrichtung ermittelt, und zwar

jeweils unter dem Einfluss einer bestimmten monochromatischen Beleuchtung. Hier ist ein Auszug aus den Daten:

Nr. des Vogels	Variabilität bei blauem Licht	bei hellgrünem Licht
1	0.24	0.15
4	0.14	0.14
7	0.15	0.28
14	0.18	0.30
15	0.19	0.12
16	0.14	0.21
17	0.25	0.16
18	0.47	0.15

Lassen diese Daten auf einen Effekt der Farbe des Lichtes schließen? (Sie finden eine einprägsame Aufbereitung dieses Themas und anderer statistischer Grundgedanken auf den Folien zu Dr. Brooks Ferebees Vorlesung “Statistik für Biologen” (<http://www.ferebee.de>, Vorlesung 3). Dort ist auch beschrieben, wie die Variabilität der Abflugrichtung eines Vogels ermittelt wurde.