

Übungen zur Vorlesung „Statistik“

Abgabetermin: Do., 10. Januar 02, in der Vorlesung

Aufgabe 33 : (Aus: J.A. Rice, Mathematical statistics and data analysis, 2nd ed., Wadsworth, 1995)

If gene frequencies are in equilibrium, the genotypes AA, Aa and aa occur with probabilities $(1-\vartheta)^2$, $2\vartheta(1-\vartheta)$, and ϑ^2 , respectively. Plato et al. (Amer. J. Human Genetics 16 (1964), 267-283) published the following data on haptoglobin type in sample of 190 people.

Haptoglobin Type		
Hp1-1	Hp1-2	Hp2-2
10	68	112

- a) Find the maximum-likelihood-estimator of ϑ .
- b) Find asymptotic variance of the maximum-likelihood-estimator.
- c) Find an approximate 99 % confidence interval for ϑ .

Aufgabe 34 : (aus P. Bickel, K. Doksum, Mathematical Statistics: Basic Ideas and Selected Topics Vol. 1, 2nd ed., Prentice Hall 2001):

Die folgenden 2×2 Tafeln klassifizieren Bewerber für ein graduate study in zwei verschiedenen Fachbereichen einer Universität hinsichtlich des Aufnahmestatus und des Geschlechts. Testen Sie in beiden Fällen, ob „Aufgenommen werden“ und Geschlecht unabhängig sind. Vereinigen Sie dann die beiden Tafeln zu einer, und führen Sie denselben Test an der resultierenden Tafel durch. Welche p -Werte ergeben sich?

	Admit	Deny			Admit	Deny	
Men	235	35	270	Men	122	93	215
Women	28	7	45	Women	103	69	172
	273	42			225	162	
$n=315$				$n=387$			

Aufgabe 35 : Berechnen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer $\hat{\vartheta}_n$ für die obere Intervallgrenze ϑ , basierend auf einer Stichprobe X_1, \dots, X_n von unabhängigen, auf $[0, \vartheta]$ gleichverteilten Zufallsvariablen. Ermitteln Sie die Grenzverteilung von $n(b - \hat{\vartheta}_n)$ für $n \rightarrow \infty$. Ist die Folge $(\hat{\vartheta}_n)$ asymptotisch normal ?

Aufgabe 36 : Berechnen Sie die Fisher-Informationsmatrix für die Familie

$$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2), \mu \in \mathbb{R}, \sigma > 0$$

Bestimmen Sie damit die asymptotische Varianz des Maximum-Likelihood-Schätzers $\hat{\sigma}_n^2$, basierend auf unabhängigen $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ - verteilten X_1, \dots, X_n . Passt Ihr Ergebnis zu dem von Aufgabe 28 ?