

| Type I | Type II | Type III |
|--------|---------|----------|
| 1.7 | 13.6 | 13.4 |
| 1.9 | 19.8 | 20.9 |
| 6.1 | 25.2 | 25.1 |
| 12.5 | 46.2 | 29.7 |
| 16.5 | 46.2 | 46.9 |
| 25.1 | 61.1 | |
| 30.5 | | |
| 42.1 | | |
| 82.5 | | |

Übungen zur Vorlesung „Statistik“

Abgabetermin: Mo., 28. Januar 02, in der Vorlesung

Aufgabe 41 : Beim folgenden Experiment geht es um die Messung der Dosis eines Wirkstoffes in Tabletten (nach R. Kirchhoefer, Semiautomated method for the analysis of chlopheniramine maleate tablets: Collaborative study. J. Assoc. Offic. Anal. Chem., 62, 1197-1220, 1979). Aus den Tabletten eines bestimmten Herstellers, die eine Nominaldosis von 4 mg hatten, wurde (durch Zermahlen und Vermengen) eine Mischung hergestellt. Sieben Laboratorien wurden gebeten, 10 Messungen an der Mischung vorzunehmen; jede Messung wurde an einer Portion der Mischung vorgenommen, deren Gewicht gleich dem Normgewicht einer Tablette war. Der Zweck des Experiments war das Studium der Konsistenz zwischen den Laboratorien und der Variabilität des Meßprozesses.

| Lab1 | Lab2 | Lab3 | Lab4 | Lab5 | Lab6 | Lab7 |
|------|------|------|------|------|------|------|
| 4.15 | 3.93 | 4.10 | 4.16 | 4.14 | 4.09 | 4.10 |
| 4.08 | 3.92 | 4.10 | 4.14 | 4.14 | 4.08 | 4.05 |
| 4.09 | 4.08 | 4.05 | 4.16 | 4.14 | 4.08 | 4.05 |
| 4.08 | 4.09 | 4.07 | 4.02 | 4.17 | 4.12 | 4.06 |
| 4.01 | 4.06 | 4.06 | 4.15 | 4.13 | 4.17 | 4.06 |
| 4.01 | 4.06 | 4.03 | 4.15 | 4.24 | 4.15 | 4.12 |
| 4.00 | 4.02 | 4.04 | 4.18 | 4.18 | 4.12 | 4.07 |
| 4.09 | 4.00 | 4.03 | 4.12 | 4.14 | 4.10 | 4.18 |
| 4.08 | 4.01 | 4.03 | 4.09 | 4.25 | 4.12 | 4.15 |
| 4.00 | 4.01 | 4.06 | 4.04 | 4.17 | 4.12 | 4.18 |

Gibt es systematische Unterschiede zwischen den Laboratorien? Wenn ja, welche Paare unterscheiden sich signifikant?

Aufgabe 42 : (aus: J. Rice, „Mathematical Statistics and Data Analysis“)

Samples of each three types of stopwatches were tested. The following table gives thousands of cycles (on-off-restart) survived until some part of the mechanism failed (Natrella 1963). Test whether there is a significant difference among the types, and if there is, determine which types are significantly different. Use both a parametric and a nonparametric technique.

Aufgabe 43 : Zweiweg-Varianzanalyse: Der Ertrag eines gewissen Produktionsprozesses hängt stark von den variablen Eigenschaften eines Rohstoffs ab. Wenn man Varianten des Prozesses miteinander vergleichen will, ist es also wichtig, dass alle Varianten mit Rohstoff aus derselben Lieferung getestet werden. In einer Versuchsreihe wurden I Produktionsvarianten jeweils mit Rohstoff aus J verschiedenen Lieferungen ausprobiert. Sei $Y_{i,j}$ der Ertrag der i -ten Variante ($i = 1, \dots, I$) mit Rohstoff aus der j -ten Lieferung ($j = 1, \dots, J$). Erfahrung mit dem Prozess legt folgendes Modell nahe:

$$X_{i,j} = \alpha + \beta_i + \gamma_j + \sigma Z_{i,j}$$

wobei die $Z_{i,j}$ unabhängig und standardnormalverteilt sind, und die Summe der β_i sowie die Summe der γ_j jeweils Null ist. In Vektorschreibweise:

$$\mathfrak{X} = \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2 + \vec{\mu}_3 + \sigma \mathfrak{Z}.$$

- Beschreiben Sie die Unterräume, M_1 (bzw. M_2 und M_3), die durch die Menge aller möglichen $\vec{\mu}_1$ (bzw. $\vec{\mu}_2$ und $\vec{\mu}_3$) gebildet werden. Bestimmen Sie ihre Dimensionen und zeigen Sie, daß sie orthogonal sind.
- Bestimmen Sie Schätzer für α, β, γ und σ .
- Bestimmen Sie Teststatistiken für die Hypothesen, daß α (bzw. β oder γ) Null sind. Wie sind die Statistiken unter den jeweiligen Hypothesen verteilt?
- Führen Sie die ganze Analyse (Zerlegung von \mathfrak{X} und Erstellung der ANOVA-Tafel) "per Hand" für folgenden Mikro-Datensatz durch:

| | | |
|---|---|----|
| 1 | 0 | 2 |
| 3 | 4 | 8. |

Aufgabe 44 : Führen Sie Aufgabe 43 d) auch mit einem Statistik-Software-Paket durch. (Wir empfehlen R und das hierzu im Netz verfügbare Manual).